

Dagens 20/10

1. Beräkna följande integraler:

a. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1+16\sin^2 x} dx$

b. $\int_0^{\pi/4} \frac{\tan x}{1+\cos^2 x} dx$

c. $\int_0^{\pi/6} \frac{\cos 2x}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$

d. $\int_0^1 \sqrt{4x+x^2} dx$

e. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{4+\sin^2 x} dx$

f. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin x + \sin^2 x} dx$

g. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4+3x^2}} dx$

h. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$

2. Beräkna medelvärdet av funktionen $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ på intervallet $0 \leq x \leq 3$.

3. Beräkna derivatan $\frac{dF}{dx}$ då

a. $F(x) = \int_0^x \sin t^2 dt$

b. $F(x) = \int_{2x}^{3x} \sin t^2 dt$

4. Beräkna arean av det området som begränsas av

a. kurvan $y = x\sqrt{1-x^2}$ och x -axeln.

b. kurvan $y^2 = x^2 + x^3$

c. kurvorna $\sqrt{1+4x^2}$ och $y = \sqrt{1+2x}$

Svar

1. a. $\frac{1}{4} \arctan 4$ b. $(\ln 3 - \ln 2)/2$ c. $\pi/6$ d. $2\pi/3 + \sqrt{3}/2$
e. $(\ln 3)/4$ f. $\ln 3 - \ln 2$ g. $\pi\sqrt{3}/9$ h. $-\ln(\sqrt{2}-1)$
2. $2/3$
3. a. $\sin x^2$ b. $3\sin 9x^2 + 2\sin 4x^2$
4. a. $2/3$ b. $8/15$ c. $\pi/8 - 1/3$

Dagens 22/10

1. Beräkna följande generaliserade integraler:

a. $\int_0^1 \frac{1}{4+x^2} dx$

b. $\int_1^2 \frac{1}{(1+x^2)x^2} dx$

c. $\int_1^2 \frac{1+5x^2}{(1+x^2)x^2} dx$

d. $\int_1^2 \frac{1+2x}{(1+x)^2 x^2} dx$

2. Beräkna arean av det ändliga område som begränsas av kurvan $r = \sin v + \cos v$, $0 \leq v \leq \pi$.

3. Beräkna längderna av följande kurvor:

a. $y = \ln(1+x^2)$, $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$. (Observera att $x^4 + 2x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2$.)

b. $y = \frac{1}{2} \arcsin(2x-1) + \sqrt{x-x^2}$, $0 \leq x \leq 1$

c. $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $0 \leq t \leq \pi$.

4. Beräkna volymen av den kropp som uppstår vid rotation av området

a. mellan kurvan $y = \sqrt{1-x}$ och koordinataxlarna kring x -axeln.

b. mellan kurvan $y = \sqrt{1-x}$ och koordinataxlarna kring y -axeln.

c. mellan kurvorna $y = \sqrt{1-4x^2}$ och $y = \sqrt{1-2x}$ kring y -axeln.

d. mellan kurvorna $y = \sqrt{1-4x^2}$ och $y = \sqrt{1-2x}$ kring x -axeln.

e. mellan kurvan $y = \pi/2 - \frac{\arcsin x}{x}$ och x -axeln kring y -axeln..

f. mellan kurvorna $y = \cos x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi/4$ och y -axeln kring x -axeln..

g. mellan kurvorna $y = \cos x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi/4$ och y -axeln kring y -axeln..

Svar:

- | | | | | |
|----|------------------|----------------|---------------------------|-------------|
| 1. | a. $\pi/4$ | b. $1 - \pi/4$ | c. $1 + \pi$ | d. $1/2$ |
| 2. | $\pi/2$ | | | |
| 3. | a. $2\ln 3 - 1$ | b. 2 | c. 2 | |
| 4. | a. $\pi/2$ | b. $8\pi/15$ | c. $\pi/30$. | d. $\pi/12$ |
| | e. $2\pi\pi^2/2$ | f. $\pi/2$ | g. $\pi^2\sqrt{2}/2\pi^2$ | |